

الدالة، المحددة (المساوية)
 هي كل دالة مجموعة تعريفها اتحاد مجموعة موجبة
 الدالة، الجزئية

بقولنا دالة مساوية لها جزئية إذا حققت شروط الاتساق
 - f غير صفرية

$$\forall a, b \in \mathbb{N} \text{ و } d(a, b) = 1 \Rightarrow$$

$$f(a, b) = f(a) \cdot f(b)$$

مقابل انهما جزئية تماماً إذا حققتا شروط الاتساق دون ان يكون
 العددين a, b اوليان

مثال

إذا كانت α عدد من \mathbb{Z}^+ و $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ و عرفنا الدالة

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto n^\alpha = f(n)$$

فدالة f هي دالة جزئية تماماً، مع ما نكتب $n < 0$ فإن

$$n > 0 \text{ و } f(n) = n^\alpha \neq 0 \quad (1)$$

$$n_1, n_2 \in \mathbb{N} \text{ و } f(n_1 \cdot n_2) \quad (2)$$

$$= (n_1 \cdot n_2)^\alpha = n_1^\alpha \cdot n_2^\alpha$$

يجب ان يكون الحد من ضربات

$$= f(n_1) \cdot f(n_2)$$

$$f(1) = 1$$

نتيجة: إذا كانت f دالة جزئية فإن \Leftarrow

دالة جزئية \Leftarrow جزئية تماماً
 جزئية تماماً \Leftarrow جزئية جزئية

كل دالة f دالة جزئية و f غير صفرية حسب التعريف لذلك يوجد عدد طبيعي
 مثل n حيث $\exists n \in \mathbb{N}, f(n) \neq 0$
 وكالات

$$f(n) \cdot 1 = f(n) = f(n, 1)$$

$$= f(n) \cdot f(1)$$

$f(1)$
 Sabbagh

لا بد ان يكون $f(n)$ ، الخواص للعدد الطبيعي

$f_{12} = 1$

②

$$P(ab) = P(a) \cdot P(b)$$

 $\rho_1 = \rho_2$
$$P(n_1, n_2, n_3, \dots, n_r) = P(m_1) \cdot P(m_2) \cdot P(n_r)$$

2.2

$$d[(n_1 n_2 \dots n_k), n_{k+1}] = 1$$

الحمد لله رب العالمين

$n = P_1^{\alpha_1} \cdot P_2^{\alpha_2} \cdots P_r^{\alpha_r}$; $P_1 < P_2 < P_3 < \cdots < P_r$ للعدد n القسمة الأولية
 $\alpha_i \geq 0$

$$P(C_1), P(C_1^{d_1}), P(C_2^{d_2}), \dots, P(C_r^{d_r})$$

$$1+j, d(P_i, P_j) = 1$$

100

$$\sum_{d|15} P(d) = P(1) + P(3) + P(5) + P(15)$$

مطابق

1. ① amphibian

سیرتہ انہ از الکاتب الذی التان f. 9. عدد بیت طاب

$$\sum_{d \in D} \sum_{e \in E} [P(d), g(e)] = \left[\sum_{d \in D} P(d) \right] \left[\sum_{e \in E} g(e) \right]$$

1. 25000

بذاکات m, n عددیست موجب از برای فنجانها $d(m, n)$

حاجت اخلافا قسم (d) للجدای (n.m) هو (یکت انشک وهد کدای ما سیت اهدا)

n مثل (d_1) والاخر فاسم n مثل (d_2) جدي انة

$$d(d_1, d_2) = 1$$

$$36 = 4 \cdot 9$$

$$36 \text{ (18/16) فاسم ل}$$

$$(d) \mid 18 = 2 \cdot 9$$

$$2 \mid 4 \quad 9 \mid 9$$

$$d_1 \quad d_2$$

$$(2, 9) = 1$$

مدرسة دواكانس اداله خزينة وعرفنا، لداله، حسابية $f(n)$ ، لغو، لتي

$$\forall n \in \mathbb{N}$$

$$f(n) = \sum_{d \mid n} p(d)$$

$$n=8 \quad p(1)+p(2)+p(4)+p(8)$$

فان f تكون طاله خزينة انها

مثال: فان f معرفة عن بعض الالات

$$g(n) = \begin{cases} 0 & \text{زويج } n \\ 1 & \text{فرد } n \end{cases}$$

$$f(n) = \sum_{d \mid n} g(d) \quad \text{ولكن } f(n) = 1$$

و داله خزينة ومن ثم G خزينة انها

$$g(1) = 0$$

ليكن n, m عددين طبيعيين كيت ان $d(n, m) = 1$ فندرك

$$g(n, m) = \begin{cases} 0 & \text{ان } n \text{ زوجي} \\ 1 & \text{ان } n \text{ و } m \text{ فرديان (مضاربين)} \end{cases}$$

ومن ثم

$$g(n, m) = g(n) \cdot g(m)$$

ادان G داله خزينة ومن ثم مدرسة سابقة فان G خزينة

② أصغر قوة $G(P^k)$ حيث P عدد أولي فردي والعدد صحيح موجب

نلاحظ أن قواسم P^k عدد ونفرض أنها $1, P, P^2, P^3, \dots, P^{k-1}, P^k$

ومن ثم يكون

$$G(P^k) = g(1) + g(P^1) + g(P^2) + \dots + g(P^{k-1}) + g(P^k)$$

$$1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1$$

$k+1$

طرح 1 من

لأنه صحيح قوة P الفردية العدد فردي

③ نظريتين:

أصغر $G(20)$, $G(220)$

$$G(20) = g(1) + g(5)$$

$$= 1 + 1 = 2$$

فصداً أصغر $G(220)$

الدالة الخاصة (الدالة الجبرية) : floor

2- الدالة التي تقابلها بعدد المقسوم k أكبر عدد صحيح لا يتجاوز قيمة k

k ويرمز له بالدالة $[x]$

$$[4.5] = 4$$

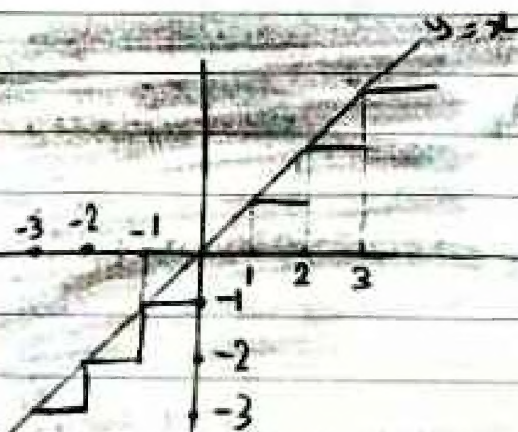
$$[-2.5] = -3$$

$$\left[-\frac{12.5}{3}\right] = -5$$

$$\left[\frac{12.5}{3}\right] = 4$$

ملحوظة:

⑤ تكون قسمة الدالة في الجبرية عن لغز الآتي



ملحوظة ② من نتيجتنا، بدالة تلاحظ أنه يوجد الحقيقي α يحقق

$$[\alpha] \leq \alpha < [\alpha] + 1$$

أكبر أو يساويها من بينه الصحيح أو أصغر تماماً من من بينه، لجميع مضاعفات العدد (1).

$$\alpha = [\alpha] + \theta \quad \text{و} \quad 0 \leq \theta < 1$$

بعض خواصه الأساسية للعدد α جزئي،

① إذا كانت $\alpha \in \mathbb{R}$ (عدد حقيقي) و k عدد صحيحاً و z ذات كسر صحيح

$$[x + \alpha] = k + [\alpha]$$

$$x = 3$$

$$\alpha = 1/2$$

$$[3 + 1/2] = 3 + 0$$

$$x = 2$$

$$\alpha = 3.2$$

② إذا كانت $\alpha \in \mathbb{R}$ و n عدد صحيح موجب فإن

$$\left[\frac{[\alpha]}{n} \right] = \left[\frac{\alpha}{n} \right]$$

$$\left[\frac{[12.5]}{3} \right] = 4 \quad \left[\frac{\alpha}{n} \right] = \left[\frac{12.5}{3} \right] = 4$$

مهمة: إذا كانت n عدداً $n \in \mathbb{Z}^+$ صحيحاً موجباً و p عدداً أولياً فإن

$$H_p(n!) =$$

أكبر قوة لـ p تقسم $(n!)$ ويرمز لها بـ

فإن العلاقة

$$H_p(n!) = \left[\frac{n}{p} \right] + \left[\frac{n}{p^2} \right] + \left[\frac{n}{p^3} \right] + \dots + \left[\frac{n}{p^k} \right]$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{n}{p^i} \right]$$

$$\left[\frac{n}{p^k} \right] \geq 1$$

$$\text{وهـ } \left[\frac{n}{p^i} \right] \geq k+1$$

n=19

مثال 1: لراهنای

P=3

H₃(19!)

$$H_3(19!) = \left[\frac{19}{3} \right] + \left[\frac{19}{9} \right] + \left[\frac{19}{27} \right] + \dots$$

$$= 6 + 2 + 0 = 8$$

$$\Rightarrow 3^8 | 19! \quad \text{و} \quad 3^9 \nmid 19!$$

$$H_5(19!) = \left[\frac{19}{5} \right] + \left[\frac{19}{25} \right] + 0$$

$$= 3 + 0 + 0 = 3$$

$$H_5(19!) = 3 \Rightarrow 5^3 | 19! \quad \text{و} \quad 5^4 \nmid 19!$$

لوصفنا الأعداد الأولية

$$19! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 18 \cdot 19$$

مضاعفات 3 هي

$$\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

عدد المضاعفات 6 و 9 هي 6 مضاعفات، العدد 3 هي 6 مضاعفات، العدد 2 هي 9 مضاعفات، العدد 4 هي 5 مضاعفات، العدد 5 هي 4 مضاعفات، العدد 6 هي 3 مضاعفات، العدد 7 هي 2 مضاعفات، العدد 8 هي 2 مضاعفات، العدد 9 هي 2 مضاعفات، العدد 10 هي 2 مضاعفات، العدد 11 هي 1 مضاعفات، العدد 12 هي 1 مضاعفات، العدد 13 هي 1 مضاعفات، العدد 14 هي 1 مضاعفات، العدد 15 هي 1 مضاعفات، العدد 16 هي 1 مضاعفات، العدد 17 هي 1 مضاعفات، العدد 18 هي 1 مضاعفات، العدد 19 هي 1 مضاعفات.

عدد مضاعفات 2، مضاعفات العدد 3 هي 6 مضاعفات، العدد 4 هي 5 مضاعفات، العدد 5 هي 4 مضاعفات، العدد 6 هي 3 مضاعفات، العدد 7 هي 2 مضاعفات، العدد 8 هي 2 مضاعفات، العدد 9 هي 2 مضاعفات، العدد 10 هي 2 مضاعفات، العدد 11 هي 1 مضاعفات، العدد 12 هي 1 مضاعفات، العدد 13 هي 1 مضاعفات، العدد 14 هي 1 مضاعفات، العدد 15 هي 1 مضاعفات، العدد 16 هي 1 مضاعفات، العدد 17 هي 1 مضاعفات، العدد 18 هي 1 مضاعفات، العدد 19 هي 1 مضاعفات.

$$2 + 6 = 8$$

مجموع هاتين الأعداد هو عدد الأعداد الأولية (5) (العدد 5)

الحل: لتبين عدد الأعداد الأولية (5) (العدد 5) مجموع عدد القوى

للعدد 5 (العدد 5) (العدد 5)

$$2.5 = 5$$

$$H_2(5!) = \left[\frac{5}{2} \right] + \left[\frac{5}{4} \right] + \left[\frac{5}{8} \right] + \left[\frac{5}{16} \right] + \left[\frac{5}{32} \right] + \left[\frac{5}{64} \right] + \dots$$

$$= 2 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 3$$

$$= 25 + 2 + 6 + 3 + 1 + 0 + \dots = 47$$

$$2^{47} \mid 50! \quad ; \quad 2^{48} \nmid 50!$$

$$H_5(50!) = \left\lfloor \frac{50}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{50}{25} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{50}{125} \right\rfloor + \dots$$

$$= 10 + 2 = 12$$

$$5^{12} \mid 50! \quad ; \quad 5^{13} \nmid 50!$$

أد $d(2,5)$ هو أكبر قوة للعدد (5) إما

هو 12 ومن ثم عدد الأضراسي طانة (5) هو (12) فمن

ملاحظة:

إذا كتب العدد الصحيح (m) في النظام العددي P ، العدد P ،

$$m = \sum_{i=0}^k a_i P^i = a_0 + a_1 P + a_2 P^2 + \dots + a_{k-1} P^{k-1} + a_k P^k$$

[$a_i = 0, 1, \dots, P-1$] و

فإننا نأخذ أكبر قوة للعدد P يقسم (m) بحسب العلاقة

$$H_P(m!) = m - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{P-1}$$

نريد إثبات أن عدد الأضراسي طانة المتتالية الموصية بقيل لقمة

عن (n)

$$\frac{(k+1)(k+2)(k+3) \dots (k+n)}{n!}$$

الحل

$$= \frac{k! (k+1)(k+2) \dots (k+n)}{k! \cdot n!} = \frac{(k+n)!}{k! n!}$$

$$= \frac{(k+n)!}{n! [k+n-n]!}$$

$$\binom{k+n}{n} \in \mathbb{Z} \quad \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! (n-r)!}$$

أي أن

$$(k+1)(k+2) \dots (k+n) = n! \cdot \binom{k+n}{n}$$

أي أن

$$(k+1)(k+2) \dots (k+n)$$

يقبل القسمة عن $n!$

دالة أولر

من أهم الخواص عدد صحيح موجب m فإن دالة أولر لـ m هي $\phi(m)$ هي
الدالة التي تقابل العدد m أي هي بعدد الأعداد التي لا تتجاوز m وأولية
نسبياً مع m

$$\phi(4) = 2$$

$$\phi(3) = 2$$

$$\phi(1) = 1$$

$$\phi(2) = 1$$

$$\phi(5) = 4$$

$$\phi(6) = 2$$

P عدد أولي

$$\phi(P) = P - 1$$

مجموعة البواقي متممة في m هي
 $Z_m = \{1, 2, \dots, m-1\}$

$$\phi(m) = |U(Z_m)|$$

مجموعة البواقي الأولية

$$\phi(m) = |U(Z_m)|$$

$U(Z_m)$ مجموعة أولي في Z_m

مجموعة أولي تتألف من مجموعة البواقي في Z_m التي هي متممة في m
أولية مع m وأولية في m

$$\phi(m) = |U(Z_m)|$$

$$U(Z_m) = \{a \in Z_m \mid \gcd(a, m) = 1\}$$

مجموعة البواقي المختزلة المقاس m

نبرهت أن دالة أولر هي دالة ضربية

بعض النتائج

(1) إذا كان P عدداً أولياً فإن $\phi(P) = P - 1$ كان صحيحاً العدد الذي يظهر

منه سيكون أولياً مع m

(2) إذا كان P عدداً أولياً فإن

$$\phi(P^a)$$

عدد صحيح موجب a

$$= P^a - P^{a-1}$$

$$P^a \left(1 - \frac{1}{P}\right) = P^{a-1} (P - 1)$$

Date



Subject

مجموعه اعداد A : یک مجموعه المنتها p نامیده می شود (مجموعه)

$$A = \{1, 2, 3, \dots, p, p+1, \dots, 2p, 2p+1, \dots, 3p, 3p+1, \dots, p^{\alpha-1}p, p^{\alpha}\}$$

عدد p^{α} عناصر مجموعه A را که با p عامل مشترک دارند

$$p, 2p, p^2, \dots, p^{\alpha-1}p$$

و عدد $p^{\alpha-1}$ عناصر A را که با p عامل مشترک دارند

و به همین ترتیب عدد $p^{\alpha-2}$ عناصر A را که با p^2 عامل مشترک دارند و ...

$$p^{\alpha} - p^{\alpha-1} = p^{\alpha} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$$

$$= p^{\alpha-1}(p-1)$$

بنابراین تعداد اعداد m که با p عامل مشترک دارند

$$n, p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \dots, p_k^{\alpha_k}$$

مجموعه

$$\phi(n) = n \prod_{i=1}^k \left(1 - \frac{1}{p_i}\right)$$

تطبيق، اعداد $\phi(36)$

تطبيق انبساطه اعداد $d(a, m) = 1$ فان

$$a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$$